

РОЗДІЛ 11. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ ВИТРАТ НА РЕКЛАМУ ЛІКАРСЬКИХ ЗАСОБІВ НА ЇХ ПРОДАЖІ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

DETERMINATION OF THE INFLUENCE OF COSTS ON ADVERTISING OF MEDICINES ON THEIR SALE USING ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING

УДК 330.46

DOI: <https://doi.org/10.32843/infrastruct62-34>

Черноусова Ж.Т.

к.ф.-м.н., доцент кафедри економічної кібернетики Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Лось Т.С.

студент Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Chernousova Zhanna

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

Los Tetiana

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

Проаналізовано моделі економічної динаміки, що мають взаємозв'язок між рекламою та витратами. Для розроблення моделі використовувався підхід моделювання з використанням розподілених лагів у часі. Висловлено припущення, що реклама хоча і має накопичувальний характер, проте з часом вплив від реклами зменшується, аж поки взагалі не зникає. Припущено, що внаслідок установлення виробничих обмежень фірми вплив попередніх продажів слабшає. Під час формування моделі вважається, що за позитивного досвіду взаємодії з товаром покупці можуть повторити покупки та порадити засіб оточуючим. Для розв'язання моделі було знайдено підходящий чисельний метод розрахунку. Для розрахунку економічної проблеми використовувався метод модифікованих локальних варіацій. Проведено кореляційний аналіз реклами на продажі і встановлено, що зв'язок між ними стає слабшим у міру збільшення лага. Функцію виручки представлено в нелінійному вигляді. Дослідження проводилося з різним кроком дискретизації, і з кожним кроком збільшувалася точність розрахунку.

Ключові слова: оптимізація рекламного бюджету, економіко-математичне моделювання, оптимальне керування, просування лікарських засобів.

Проанализированы модели экономической динамики, имеющие взаимосвязь между рекламой и расходами. Для разработки модели использовался подход моделирования с использованием распределенных лагов во времени. Высказано предположение, что реклама хотя и носит накопительный характер, однако со временем влияние рекламы уменьшается, пока вообще не исчезает. Предполагается, что вследствие установления производственных ограничений фирмы влияние предыдущих продаж ослабевает. При формулировании модели считается, что при положительном опыте взаимодействия с товаром покупатель может повторить покупки и посоветовать средство окружающим. Для решения модели был найден подходящий численный метод расчета. Для расчета экономической проблемы использовался метод модифицированных локальных вариаций. Проведен корреляционный анализ рекламы на продаже и установлено, что связь между ними становится слабее по мере увеличения лага. Функция выручки представлена в нелинейном виде. Исследование проводилось с разным шагом дискретизации, и с каждым шагом увеличивалась точность расчета.

Ключевые слова: оптимизация рекламного бюджета, экономико-математическое моделирование, оптимальное управление, продвижение лекарственных средств.

During of writing this article, we analyze the models of economic dynamics that have a relationship between advertising and costs. It was found that advertising in these models did not have the character that it has in practice, namely it did not have a cumulative effect for subsequent periods. A model of economic dynamics was formulated during the research, this model include the cumulative effect of advertising messages, if advertising will affect sales not in pointly, but it will continue to influence in subsequent periods. Also, the effect of resales is integrated into the model if the drug has a small volume of release, has a short shelf life, or is often used for prevention viruses. To develop the model, a time-based modeling approach was used. It has been suggested that although advertising is cumulative, over time the impact of advertising diminishes until it disappears altogether. It is assumed that due to the establishment of production restrictions of the firm, the impact of previous sales weakens. When formulating the model, it is believed that with a positive experience of interaction with the product, in our case with drugs, buyers can repeat purchases and advise the tool to others. A suitable numerical calculation method was found to solve the model. The method of modified local variations was used for the calculation, which is not difficult to reproduce in practice even without significant mathematical training. A correlation analysis of sales advertising was performed using Pearson's correlation coefficients and autocorrelation and it was found that the relationship between them becomes weaker as the lag increases. The revenue function is presented in nonlinear form. In the course of calculations, it was found that the revenue is ascending, which confirms the positive impact of advertising on sales. The study was conducted with different sampling steps and with each step the accuracy increased, but at the same time the calculation time. This study will be useful both to marketing agencies that shape advertising budgets of companies and to pharmaceutical companies themselves that want to make investment in advertising more effective.

Key words: advertising budget optimization, economic and mathematical modeling, optimal control, promotion of medicines.

Постановка проблеми. Будь-яка комерційна компанія завжди несе значні витрати, пов'язані з виробництвом, реалізацією продукції або наданням послуг. Внесення змін у процес виробництва, модернізація основних засобів, закупівля нової

сировини та обладнання з метою зміни властивостей лікарських засобів і, як наслідок, можливого підвищення привабливості для потенційних споживачів вимагають серйозних вкладень, організаційних зусиль і навіть тривалої окупності. При цьому,

ураховуючи безперервну боротьбу за частку на ринку, ці заходи можуть залишатися довгим часом непоміченими на тлі сформованої репутації конкурентів. Тому для підвищення рівня продажів ліків з урахуванням можливостей фірми та особливостей ринку необхідний гнучкий інструмент, націлений на якнайшвидше надання споживачеві інформації про лікарський засіб, підкреслення його переваг. Очевидно, що таким інструментом є реклама. Рекламні витрати, як і будь-які інші статті витрат, вираховуються у сукупних витратах фірми. Однак вони мають властивість бути повністю регульованими і практично не залежать від випуску, при цьому рекламні витрати є потужним інструментом на споживчі переваги [4]. Тому ефективна стратегія управління даним видом витрат дає змогу будь-якій фірмі за короткий час навіть за невеликих витрат збільшити обсяг продажів без внесення змін до виробничого процесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Дослідженням економіко-математичних моделей у ході визначення впливу реклами на продажі присвячували свої праці такі науковці, як Е. Берндт, К. Гренжер, Л. Койк. Окрім того, одними з ключових моделей, в яких вимірюється вплив реклами на випуск, є моделі Нерлова – Вога та модель Нерлова – Ерроу [5]. Також існують моделі розширення, що описують діяльність кількох учасників ринку. Г. Еріксон розділив функції маркетингової та виробничої діяльності підприємства, представивши їх як конфліктуючі сторони в диференціальній грі. А. Буратто та Дж. Заккур досліджували рекламні стратегії за умов ліцензійних відносин між фірмами.

Постановка завдання. Метою дослідження є розроблення математичної моделі економічної динаміки з урахуванням розподіленого лагу від різних чинників впливу, зокрема реклами, на продажі та практичної реалізації чисельних методів аналізу моделі.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Справжня модель оптимізації рекламних витрат на деякому планованому періоді може бути запропонована фармацевтичній фірмі, що має достатній досвід продажів на ринку та статистичні дані з продажів і рекламних витрат для аналізу впливу реклами і нерекламних факторів на споживчий попит.

Позначимо через $y(t)$ виторг фірми, який є грошовим виразом величини попиту на рекламований товар і через $u(t)$ – величину рекламних витрат на час t . Нехай заданий період планування $t \in [t_0; T]$. Уважаємо, що $t_0 = 0$. Насправді зазвичай фірма зацікавлена в аналізі рекламного і нерекламного впливу на рівень продажів, який розпочався з якогось минулого моменту часу, наприклад із моменту запуску рекламної кампанії. Позначимо за $v(t)$ функцію накопиченого рекламного впливу в

момент t , за $w(t)$ – функцію накопиченого впливу попередніх продажів у момент t . Запишемо співвідношення, що визначають накопичені впливи реклами та попередніх продажів:

$$v(t) = \int_0^t G_u(\tau) u(t-\tau) d\tau, \tag{1}$$

$$w(t) = \int_0^t G_y(\tau) y(t-\tau) d\tau, \tag{2}$$

де $G_u(\tau)$, $G_y(\tau)$ – функції, що визначають ваговий характер (інтенсивність) впливу попередніх рекламних витрат та попередніх продажів відповідно; τ – лаг реакції споживачів на рекламні та нерекламні впливи.

Також тут будемо вважати, що відомі фактичні дані щодо реклами та виручки до початку планованого періоду $\tilde{u}(t)$ та $\tilde{y}(t)$: $\tilde{u}(t)$ – кусково-неперервна функція, $\tilde{y}(t)$ – неперервна функція при $t < 0$, тобто $u(t) = \tilde{u}(t)$ та $y(t) = \tilde{y}(t)$, для всіх $t < 0$.

Виторг на момент часу t визначається співвідношенням:

$$y(t) = f(v(t), w(t)). \tag{3}$$

Аналіз виду функцій $f(v, w)$, $G_u(\tau)$, $G_y(\tau)$ відбувається лише на рівні економетричного аналізу проблеми, у ній ураховується вся продукція, виробленої підприємством впливу конкурентів, тощо.

Уведемо кілька припущень щодо цих функцій та функції виторгу $f(v, w)$:

1) Поки ринок не наситився продукцією фірми і реклама позитивно сприймається споживачем, функція виторгу монотонно зростає по v і w . Проте віддача від реклами зменшується згодом, тобто зростання вкладень у рекламу супроводжується уповільненням зростання функції $f(v, w)$, така якість відповідає її увігнутості по v . Також унаслідок перенасичення ринку та (або) виробничих обмежень убуває віддача від впливу попередніх продажів, що дає підставу вимагати увігнутості $f(v, w)$ по w .

2) У ретроспективі зі збільшенням лага запізнювання до певного τ_u^* реклама викликає збільшення попиту, після чого вплив реклами починає слабшати, доки зовсім не зникне. Тоді функція $G_u(\tau)$ невід'ємна, має один локальний, водночас глобальний максимум. При цьому у точці максимуму виручки визначається найбільший вплив рекламних витрат. Таким чином, для безперервної функції $G_u(\tau)$ виконуються умови:

$$G_u(\tau) \geq 0, \tau \in [0; +\infty), \lim_{\tau \rightarrow +\infty} G_u(\tau) = 0,$$

$$G_u(\tau) \geq 0, \tau \in [0; \tau_u^*), G_u(\tau) \leq 0, \tau \in [\tau_u^*; +\infty). \tag{4}$$

Звичайно, під час спостереження за віддачею в безперервному режимі завжди є можливість простежити зростання віддачі після запуску рекламної кампанії. Однак за короткого інтервалу такого зростання щодо періодичності аналізованої статистичної звітності це зробити неможливо.

І тут допускається [6], що ефект рекламного впливу майже миттєвий.

3) За позитивного досвіду використання товару покупці можуть повторити покупки та порадити його іншим покупцям [6].

У цьому разі попередні покупки стимулюють поточний попит, та функція $G_u(\tau)$ зростає. Проте сукупний споживчий досвід попередніх покупок поступово забувається, поступаючись місцем поточному враженню від товару. Тому функція $G_u(\tau)$ має такі ж властивості:

$$G_y(\tau) \geq 0, \tau \in [0; +\infty), \lim_{\tau \rightarrow +\infty} G_y(\tau) = 0$$

$$G_y^-(\tau) \geq 0, \tau \in [0; \tau_y^*), G_y^-(\tau) \leq 0, \tau \in [\tau_y^*; +\infty), \quad (5)$$

де τ_y^* – точка максимальної віддачі від ефекту бренда.

Майже миттєва віддача від впливу попередніх продаж тут також можлива. Припускаємо, що властивості функцій $f(v, w), G_u(\tau), G_y(\tau)$ у наступних аналізованих моделях зберігаються. Під час планування рекламних інвестицій завжди виділяється фіксований бюджет. Фірми по-різному підходять до визначення рекламного бюджету. Наприклад, можна обмежити потік витрат на рекламу:

$$0 \leq u(t) \leq b, \tau \in [0; T] \quad (6)$$

або сукупний бюджет, що виділяється на весь запланований період:

$$0 \leq \int_0^T u(t) dt \leq B. \quad (7)$$

Надалі вважаємо, що вибрано першу стратегію. Уведемо множину U_b , що обмежує потік інвестицій у рекламу та множину рекламних стратегій U :

$$U_b = \{u \in R : 0 \leq u \leq b\},$$

$$U = \{u(\cdot) : u(t) \in U_b, \tau \in [0; T]\}, \quad (8)$$

Можна припустити, що сукупні витрати підприємства складаються з рекламних витрат і витрат, пов'язаних із виробництвом товару. У цьому разі поточний прибуток $\pi(t)$ у момент часу t можна визначити співвідношенням:

$$\pi(y(t), u(t)) = y(t) - c(y(t), t) - u(t), \quad (9)$$

де $c(y(t), t) = c_1(y(t)) - c_2(t)$; $c(y(t))$ – сукупні витрати крім рекламних витрат; $c_1(y)$ – змінні витрати, що залежать від обсягу виробленого товару; $c_2(y)$ – постійні витрати, які від нього не залежать.

Накопичений прибуток за планований період $[0; T]$ можливо визначити:

$$(T) = \int_0^T \pi(y(t), u(t)) dt. \quad (10)$$

Значимо, що функція $c(y, t)$ може оцінюватися як економетрично, так і на основі деяких припущень. Зокрема, змінні витрати логічно розглядати у прямій залежності від випуску (при цьому якщо виходити з умови рівноваги на ринку, то змінні

витрати перебувають у прямій залежності від продажу) з постійним коефіцієнтом μ , де μ – норма витрат за одиницю випуску: $c_1(y) = \mu y$. У цьому разі прибуток у момент часу t визначається:

$$\pi(y(t), u(t)) = (1 - \mu)f(v(t), w(t)) - u(t) - c_2(t). \quad (11)$$

Величина постійних витрат залежить від керованої змінної u , тому максимізація сукупного прибутку (10) еквівалентна пошуку максимального значення (12) за $t = T$:

$$\bar{\pi}(T) = \int_0^T ((1 - \mu)f(v(s), w(s)) - u(s)) ds, \quad (12)$$

$$\bar{\pi}(T) \rightarrow \max_{u \in U}. \quad (13)$$

Отже, завдання оптимального керування рекламними витратами для випадку фіксованого моменту початку їх дії визначається вищезазначеною системою. Уведемо кусково-безперервні функції $\phi_u(t)$ та $\phi_y(t)$ такі, що:

$$\phi_u(t) = \int_{-\lambda}^0 G_u(t-s) \tilde{u}(s) ds, \quad (14)$$

$$\phi_y(t) = \int_{-\lambda}^0 G_y(t-s) \tilde{y}(s) ds. \quad (15)$$

Отже, (1) та (2) можуть бути перетворені:

$$v(t) = \phi_u(t) + \int_0^t G_u(t-s) u(s) ds, \quad (16)$$

$$w(t) = \phi_y(t) + \int_0^t G_y(t-s) f(v(s), w(s)) ds. \quad (17)$$

Таким чином, вищевказана система є завданням оптимального керування рекламними витратами з обмеженням у вигляді інтегрального рівняння Вольтерра (17) [3]. Модель управління рекламними витратами фірми з розподіленням лагом від впливу реклами та точковим впливом попередніх продажів може бути застосовано для фірми, що знаходиться на стадії запуску нового продукту та активно проводить рекламну кампанію для його просування. Якщо припустити, що нерекламні фактори не змінюються досить швидко, то їх сукупним опосередкованим впливом може виступити деяка функція від попередніх продажів.

У цьому разі дія запізнення від попередніх продажів точкова, а не розподілена в часі:

$$w(t) = g(y(t-1)). \quad (18)$$

Уявимо $w(t)$ як інтегральне рівняння Вольтерра. При цьому $v(t)$ збереже вигляд (16). Визначимо функцію $\phi_y(t)$ у вигляді:

$$\phi_y(t) = \begin{cases} g(\tilde{y}(t-1)), & 0 \leq t \leq 1, \\ 0, & t \geq 1, \end{cases} \quad (19)$$

де $g(\tilde{y})$ – неперервна по \tilde{y} , при цьому $g(y(0)) = g(\tilde{y}(0))$.

Також уведемо функцію:

$$\delta(s-t+1) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 1, \\ \delta(s-t+1), & t \geq 1, \end{cases} \quad (20)$$

де $\delta(\cdot)$ – дельта-функція Дірака.

Тоді $w(t)$ визначається рівнянням:

$$w(t) = \phi_y(t) + \int_0^t \delta(s-t+1)g(f(v(s),w(s)))ds. \quad (21)$$

У цьому разі оптимізаційна задача є системою (8), (12), (13), (16), (17). Уявімо, що фірма може диверсифікувати рекламні витрати між $n \geq 1$ медіаканалами чи видами реклами. Нехай $u_i(t)$ – величина рекламних витрат у i -й медіаканал, $i = 1, 2, \dots, n$. Визначення величин $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ є управлінським рішенням фірми. У цьому разі $u(t)$ можна вважати керуючою вектор-функцією $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)), u(t) \in R_+^n$. Розглянемо модель, придатну для оптимізації рекламних витрат фірми, яка реалізує лікарський засіб із нетривалим (короткостроковим) терміном використання. Накопичений вплив рекламних витрат у момент часу t можна визначити як:

$$v(t) = \begin{pmatrix} \int_{\tau_{1u_1}}^{\tau_{2u_1}} G_{u_1}(\tau) a_1(u_1(t-\tau), u_2(t-\tau), \dots, u_n(t-\tau)) d\tau \\ \int_{\tau_{1u_2}}^{\tau_{2u_2}} G_{u_2}(\tau) a_2(u_1(t-\tau), u_2(t-\tau), \dots, u_n(t-\tau)) d\tau \\ \dots \\ \int_{\tau_{1u_n}}^{\tau_{2u_n}} G_{u_n}(\tau) a_n(u_1(t-\tau), u_2(t-\tau), \dots, u_n(t-\tau)) d\tau \end{pmatrix}, \quad (22)$$

а накопичену дію попередніх продажів:

$$w(t) = \int_{\tau_{1y}}^{\tau_{2y}} G_y(\tau) y(t-\tau) d\tau, \quad (23)$$

де $[\tau_{1u_i}; \tau_{2u_i}]$ – інтервал лагів запізнення, протягом якого накопичується рекламна дія від використання i -го медіаканалу, $i = 1, 2, \dots, n$; $[\tau_{1y}; \tau_{2y}]$ – інтервал лагів запізнення, на якому накопичується дія від попередніх продажів.

Якщо аудиторія i -го медіаканалу практично не отримує впливу від інших медіа каналів, то функція $a_i(u_1(s), u_2(s), \dots, u_n(s)) \equiv a_i(u_i(s))$. Властивості функцій $G_{u_i}(\cdot)$ і $G_y(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, n$, аналогічні властивостям розглянутих вище одноканальних моделей. Що стосується властивостей $a_i(u_1, u_2, \dots, u_n)$, $i = 1, 2, \dots, n$, передбачається, що вони неперервні за всіма аргументами, $(a_i(u_1, u_2, \dots, u_n) \geq 0)$, для будь-яких u_1, u_2, \dots, u_n . У точці $u_i = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, і в деяких околах нульових рекламних витрат $O_1 = \{u \in R_+^n : \|u\| < \varepsilon_1\}$ рекламна віддача не дає ефекту, що дає підстави зробити припущення: $a_i(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0$, $u \in O_1$. За подальшого збільшення реклами, позитивний ефект може змінитися на негативний, тобто зростання рекламного впливу призводитиме до зменшення віддачі від неї. Аналіз виду функцій $a_i(u_1(s), u_2(s), \dots, u_n(s))$, $i = 1, 2, \dots, n$ є проблемою економетричного аналізу, що враховує можливі дії одних медіаканалів на ефективність інших. Нехай потік рекламного бюджету, що виділяється на використання медіаканалів n , обмежений деякою

сумою B . Уведемо множину U_B , що обмежує потік інвестицій у рекламу, і множину рекламних стратегій U :

$$U_B = \left\{ u \in R_+^n : \sum_{i=1}^n u_i \leq B, u_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \right\}, \quad (24)$$

$$U = \{u(\cdot) : u(t) \in U_B, t \in [0; T]\}.$$

У цьому разі $\bar{\Pi}(t)$ має вигляд:

$$\bar{\Pi}(t) = \int_0^t \left((1-\mu)f(v(s),w(s)) - \sum_{i=1}^n u_i(s) \right) ds. \quad (25)$$

Перетворимо обмеження (22) та (23). Уведемо кусково-неперервні функції $\bar{G}_{u_i}(t-s)$, $\bar{G}_y(t-s)$, $u_i(t), y(t), i = 1, 2, \dots, n, ts$, такі, що:

$$\bar{G}_{u_i}(t-s) = \begin{cases} G_{u_i}(t-s), \tau_{1u_i} \leq t-s \leq \tau_{2u_i} \\ 0, \text{або;} \end{cases}, \quad (26)$$

$$\bar{G}_y(t-s) = \begin{cases} G_y(t-s), \tau_{1y} \leq t-s \leq \tau_{2y} \\ 0, \text{або;} \end{cases}, \quad (27)$$

$$\phi_{u_i}(t) = \begin{cases} \int_{t-\tau_{2u_i}}^{t-\tau_{1u_i}} G_{u_i}(t-s) a_i(\tilde{u}(s)) ds, 0 \leq t < \tau_{1u_i} \\ \int_{t-\tau_{2u_i}}^0 G_{u_i}(t-s) a_i(\tilde{u}(s)) ds, \tau_{1u_i} \leq t < \tau_{2u_i} \\ 0, t \geq \tau_{2u_i} \end{cases}, \quad (28)$$

$$\phi_y(t) = \begin{cases} \int_{t-\tau_{2y}}^{t-\tau_{1y}} G_y(t-s) \tilde{y}(s) ds, 0 \leq t < \tau_{1y} \\ \int_{t-\tau_{2y}}^0 G_y(t-s) \tilde{y}(s) ds, \tau_{1y} \leq t < \tau_{2y} \\ 0, \tau_{2y} \geq t. \end{cases}, \quad (29)$$

$$\phi_{u_i}(t) = \begin{cases} \int_{t-\tau_{2u_i}}^{t-\tau_{1u_i}} G_{u_i}(t-s) a_i(\tilde{u}(s)) ds, 0 \leq t < \tau_{1u_i} \\ \int_{t-\tau_{2u_i}}^0 G_{u_i}(t-s) a_i(\tilde{u}(s)) ds, \tau_{1u_i} \leq t < \tau_{2u_i} \\ 0, t \geq \tau_{2u_i} \end{cases}, \quad (30)$$

$$\phi_y(t) = \begin{cases} \int_{t-\tau_{2y}}^{t-\tau_{1y}} G_y(t-s) \tilde{y}(s) ds, 0 \leq t < \tau_{1y} \\ \int_{t-\tau_{2y}}^0 G_y(t-s) \tilde{y}(s) ds, \tau_{1y} \leq t < \tau_{2y} \\ 0, \tau_{2y} \geq t. \end{cases}, \quad (31)$$

Тоді накопичені впливи рекламних витрат (22) та попередніх продажів (23) можна представити:

$$v(t) = \begin{pmatrix} \phi_{u_1}(t) + \int_0^t \bar{G}_{u_1}(t-s)a_1(u(s))ds \\ \phi_{u_2}(t) + \int_0^t \bar{G}_{u_2}(t-s)a_2(u(s))ds \\ \dots \\ \phi_{u_n}(t) + \int_0^t \bar{G}_{u_n}(t-s)a_n(u(s))ds \end{pmatrix}, \quad (32)$$

$$w(t) = \phi_y(t) + \int_0^t \bar{G}_y(t-s)f(v(s),w(s))ds. \quad (33)$$

Таким чином, завдання оптимального розподілу рекламних витрат є системою з поданих вище обмежень. Розрахуємо значення $y(t)$ залежно від часу. Для початку виявимо залежності між усіма факторами і визначення лагів, проведемо кореляційний аналіз. Зобразимо його таблично:

Таблиця 1

Вибіркові коефіцієнти кореляції Пірсона

лаг, τ	0	1	2
$corr(y(t), y(t-s))$	1	0,94	0,79
$corr(y(t), u(t-s))$	0,85	0,80	0,71

Уведемо функцію $f(v, w)$ у вигляді:

$$f(v, w) = \alpha v^{\beta_1} w^{\beta_2}. \quad (34)$$

Тоді, підставивши значення, отримані раніше, отримуємо:

$$y(t) = \alpha \left(\phi_u(t) + \int_0^t \bar{G}_u(t-s)u(s)ds \right)^{\beta_1} \left(\phi_y(t) + \int_0^t \bar{G}_y(t-s)y(s)ds \right)^{\beta_2}. \quad (35)$$

Також було вибрано таке параметричне представлення функцій $G_u(\tau)$ і $G_y(\tau)$:

$$G_u(\tau) = \exp(a_u \tau^2 + b_u \tau),$$

$$G_y(\tau) = \exp(a_y \tau^2 + b_y \tau). \quad (36)$$

Оцінки значень параметрів визначимо методом найменших квадратів із залученням статистичних даних та отримали

$$0,9, \hat{\beta}_1 = 0,2, \hat{\beta}_2 = 1, \hat{\alpha} = 1,4$$

$$= 0,9, \hat{\beta}_1 = 0,2, \hat{\beta}_2 = 1, \hat{\alpha} = 1,4$$

Для отримання представлення функції $y(t)$ ми застосуємо чисельні методи розрахунку задач оптимального керування, а саме метод локальних варіацій [2, с. 83–85]. Цей метод ідеально підходить для вирішення поданої задачі оптимального керування. Тим більше він не потребує серйозної математичної підготовки від дослідника, тому буде простим у відтворенні.

Під час обрахунку проблеми оптимального керування за допомогою чисельних методів було отримано такі значення функції виторгу залежно від часу t :

Також дані за різних кроків дискретизації представлено таблично:

Таблиця 2

Результати вирішення задачі за допомогою методу локальних варіацій

Крок дискретизації	Момент перемикання	Значення функціоналу (грн.)
0,01	0,98	$2,85 \times 10^7$
0,005	0,985	$2,91 \times 10^7$
0,0025	0,9875	$2,94 \times 10^7$
0,00125	0,9875	$2,97 \times 10^7$
0,000625	0,988125	$2,98 \times 10^7$

Висновки з проведеного дослідження. Сьогодні поняття «реклама» відоме всім, проте

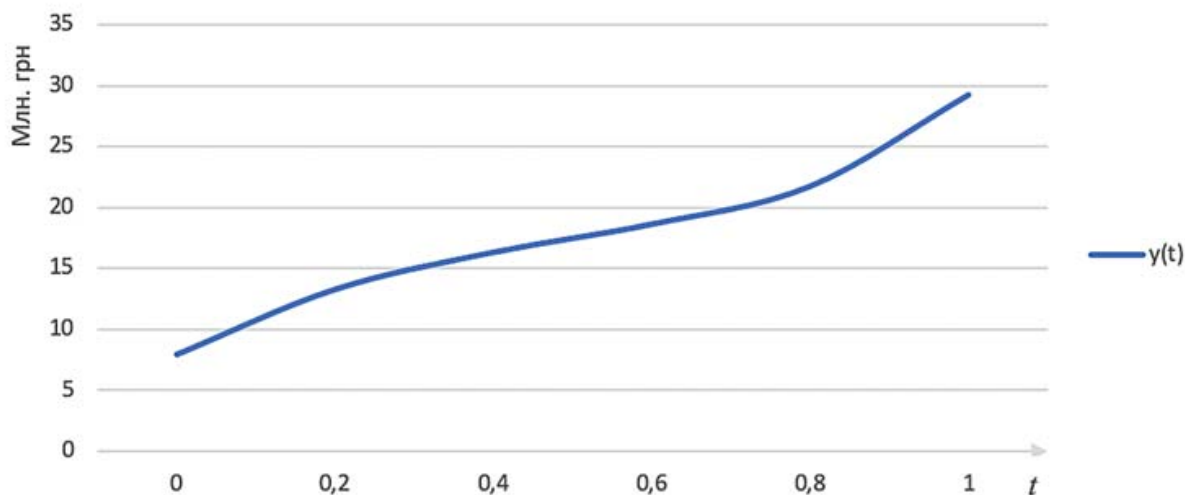


Рис. 1. Графічне представлення функції $y(t)$

не кожен розуміє його характер та сутність. У ході дослідження було побудовано економіко-математичну модель взаємозв'язку реклами та продажів лікарських засобів. Визначено, що найбільш релевантним підходом буде моделювання з використанням розподілених лагів у часі. Припущено, що внаслідок установалення виробничих обмежень фармацевтичної фірми вплив попередніх продажів слабшає. Під час формування моделі вважалося, що за позитивного досвіду взаємодії з лікарським засобом, у нашому випадку з ліками, покупці можуть повторити покупки та поради засіб своїм близьким. Для розрахунку використовувався метод модифікованих локальних варіацій, який був найбільш підходящим для цієї задачі. Було проведено кореляційний аналіз реклами на продажі за допомогою коефіцієнтів кореляції Пірсона та коефіцієнтів автокореляції і встановлено, що зв'язок між ними стає слабшим у міру збільшення лага.

Перспективою майбутніх досліджень може бути модифікація даної моделі, яка враховує різні особливості різних медіаканалів (пряма ТБ-реклама, спонсорство на ТБ, Digital, Radio). Також у перспективі реалізувати дану оптимізаційну задачу для прогнозування потижднево, бо всі рекламні кампанії плануються з тижневою динамікою.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Ладієва Л.Р. Оптимальне керування системами. Київ : НМЦ ВО, 2000.
2. Зінько П.М. Математичні методи та числові алгоритми системного аналізу. Київ : КНУ ім. Тараса Шевченка, 2006.

3. Василюшин Т.В., Гой Т.П., Федак І.В. Інтегральні рівняння. Івано-Франківськ : Сімик, 2014.

4. Сенишин О.С., Кривешко О.В. Маркетинг. Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2020.

5. Соколовська З.М., Капустян І.В. Використання концепції цифрового маркетингу в діяльності фармацевтичного підприємства. *Маркетинг і цифрові технології*. 2017. № 2(1). С. 77–91. DOI: 10.15276/mdt.1.2.2017.5.

6. Взаємозв'язок реклами і життєвого циклу товару. URL: https://studopedia.com.ua/1_8507_vzaiemozvyazok-reklami-i-zhittievogo-tsiklu-tovaru.html (дата звернення: 17.12.21).

REFERENCES:

1. Ladiieva, L.R. (2000). *Optymalne keruvannia systemamy* [Optimal system control]. Kyiv: NMC VO (in Ukrainian).

2. Zinko, P.M. (2006) *Matematychni metody ta chyslovi alhorytmy systemnoho analizu* [Mathematical methods and numerical algorithms of system analysis]. Kyiv: KNU im. Tarasa Shevchenka (in Ukrainian).

3. Vasylyshyn, T.V., Hoi, T.P., Fedak, I.V. (2014). *Intehralni rivniannia* [Integral equations]. Ivano-Frankivsk: Simyk (in Ukrainian).

4. Senyshyn, O.S., Kryveshko, O.V. (2020). *Marketynh* [Marketing]. Lviv: LNU im. Ivana Franka (in Ukrainian).

5. Sokolovska, Z.M., Kapustian, I.V. (2017). *Vykorystannia kontseptsii tsyfrovoho marketynhu v diialnosti farmatsevtichnoho pidpriemstva* [Using the concept of digital marketing in the activities of a pharmaceutical company]. *Marketynh i tsyfrovi tekhnolohii*, no. 2(1), pp. 77–91. DOI: 10.15276/mdt.1.2.2017.5. (in Ukrainian)

6. *Vzaiemozvyazok reklamy i zhyttievoho tsyklu tovaru* [Relationship between advertising and product life cycle]. Available at: https://studopedia.com.ua/1_8507_vzaiemozvyazok-reklami-i-zhittievogo-tsiklu-tovaru.html (accessed 17 December 2021). (in Ukrainian)