

ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЮ ВАЛЬДА-ВОЛЬФОВИЦЯ ДЛЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ

USE OF THE WALD-WOLFOWITZ CRITERION FOR ECONOMIC PROBLEMS

У статті розглянуто економетричний підхід до оцінки економічних процесів. У рамках такого підходу розвиваються параметричні та непараметричні методи. Показано відмінність між даними методами та визначено, що параметричні методи засновані на вибірковому розподілі певної статистики. Якщо відомий розподіл змінної, то можна передбачити, як у повторних вибірках рівного обсягу буде «поводитися» використовувана статистика, тобто як вона буде розподілена. На практиці використання параметричних методів обмежене через відсутність значного обсягу або розміру вибірки, доступної для аналізу, та проблеми з точним виміром ознак об'єкта, що спостерігається. Тому виникає необхідність використання непараметричних методів, що дають змогу обробляти дані «низької якості» з вибірок малого обсягу зі змінними, про розподіл яких мало що або взагалі нічого не відомо. Розглянуто непараметричний критерій серій Вальда-Вольфовиця, який відноситься до критеріїв відмінностей між незалежними вибірками. Досліджено умови його використання, а саме коли обсяг вибірки малий (менше ста), оскільки розподіл може нормалізуватися, навіть якщо вихідна вибірка ненормально розподілена. Представлено алгоритм його реалізації та перевірки нульової гіпотези, тобто коли дві групи даних представляють випадкові незалежні вибірки різних розмірів однієї генеральної сукупності, то вони не відрізняються одна від одної за досліджуваною ознакою.

Ключові слова: статистичний метод, параметричний метод, непараметричний метод, критерій, вибірка, сукупність даних, параметри.

В статье рассмотрен эконометрический подход к оценке экономических процессов.

В рамках такого подхода развиваются параметрические и непараметрические методы. Показано различие между данными методами и определено, что параметрические методы основаны на избирательном распределении определенной статистики. Если известно распределение переменной, то можно предположить, как в повторных выборках равного объема будет «вести» себя используемая статистика, то есть каким образом она будет распределена. На практике использование параметрических методов ограничено из-за отсутствия значительного объема или размера выборки, доступной для анализа, и проблем с точным измерением признаков наблюдаемого. Поэтому возникает необходимость использования непараметрических методов, позволяющих обрабатывать данные «низкого качества» из выборок малого объема с переменными, о распределении которых мало что или вообще ничего не известно. Рассмотрен непараметрический критерий серий Вальда-Вольфовица, который относится к критериям различий между независимыми выборками. Исследованы условия его использования, а именно когда объем выборки мал (меньше ста), поскольку распределение может нормализоваться, даже если исходная выборка ненормально распределена. Представлен алгоритм его реализации и проверки нулевой гипотезы, то есть когда две группы данных представляют случайные независимые выборки различных размеров одной генеральной совокупности, то они не отличаются друг от друга по исследуемому признаку.

Ключевые слова: статистический метод, параметрический метод, непараметрический метод, критерий, выборка, совокупность данных, параметры.

УДК 330.44:330.3

DOI: <https://doi.org/10.32843/infrastruct49-59>

Кушнір О.К.

к.е.н., доцент кафедри економіки підприємства Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

Чаплінський В.Р.

к.е.н., старший викладач кафедри економіки підприємства Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

Kushnir Oksana

Kamianets-Podilskiy National Ivan Ohienko University

Chaplinskyi Vadym

Kamianets-Podilskiy National Ivan Ohienko University

The article considered the econometric approach to the assessment of economic processes. Within the framework of such an approach, parametric and nonparametric methods are being developed. The difference between these methods was showed and was determined that parametric methods are based on a selective distribution of certain statistics. If the distribution of a variable is known, it is possible to predict how the statistics used will "behave" in repeated samples of equal volume, how it will be distributed. In practice, the used of parametric methods where limited due to the lack of a significant sample size or size available for analysis and the problem of accurately measuring the characteristics of the observed object. Therefore, there are needs to use nonparametric methods that allow to process "low quality" data from small samples with variables, the distribution of which little or nothing was known. The nonparametric criterion of the Wald-Wolfowitz series was considered, which was related to the criteria of differences between independent samples. The conditions of its use have been studied, namely when the sample size was small (less than one hundred), because the distribution can be normalized even if the original sample was abnormally distributed. An algorithm for its implementation and testing of the null hypothesis was presented, when two groups of data represent random independent samples of different sizes of one general population, they do not differ from each other on the basis of the studied feature. The application of the Wald-Wolfowitz criterion in economic research was showed, which made it possible to compare the regularities of the functioning of two sets that describe economic processes. For example, the patterned of functioning of the processing and mining industries where considered. The law of distribution of indicators and the hypothesis that the discrepancy in the indices of industrial production for industries was random where tested. The null hypothesis turned out to be correct; two samples describe the same process. The advantage of nonparametric methods was determined, that they do not require the assumption of a normal distribution of general populations. They are easy to use and clear. In addition, they can be applied not only to aggregates that where strictly quantitative, but also to aggregates of semi-quantitative, rank nature. The relative simplicity, the absence of the need to perform complex calculations in combination with sufficient power (sensitivity) of nonparametric criteria gives them a significant advantage over parametric criteria.

Key words: statistical method, parametric method, nonparametric method, criterion, sample, data set, parameters.

Постановка проблеми. Ефективність діяльності будь-якого підприємства може бути розрахована за допомогою використання економетричного підходу на основі близькості значень показників підприємства (витрат, обсягу наданих послуг та ін.) до потенційної або фактичної межі ефективності. Межу ефективності розраховують за виробничою функцією. У рамках економетричного підходу паралельно розвиваються параметричні і непараметричні методи [1]. Параметричні методи засновані на вибірковому розподілі певної статистики. Якщо відомий розподіл змінної, то можна передбачити, як у повторних вибірках рівного обсягу буде «поводитися» використовувана статистика, тобто як вона буде розподілена.

На практиці використання параметричних методів обмежене через відсутність значного обсягу або розміру вибірки, доступної для аналізу, та проблеми з точним виміром ознак об'єкта, що спостерігається. Таким чином, виникає необхідність використання процедур, що дають змогу обробляти дані «низької якості» з вибірок малого обсягу зі змінними, про розподіл яких мало що або взагалі нічого не відомо. Непараметричні методи якраз і розроблені для таких ситуацій, коли нічого не відомо про параметри досліджуваної проблеми.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Важливий внесок у розвиток статистичних методів зробив видатний український математик М.В. Остроградський, який у середині XIX ст. сформулював основні ідеї статистичного контролю якості виробництва. Сучасні методи аналізу даних були розвинені у працях Ю.П. Адлера, С.А. Айвазяна, Т. Андерсона, Й. Барда, Л.М. Большева, Б.В. Гнеденко, Н. Дрейпера, А.М. Дуброва, К. Іберли, І.А. Ібрагімова, А.Г. Івахненка, Дж. Кіфера, К.Х. Крамера, М. Кендалла, Г. Куллдорфа, Б.Ю. Лемешка, Ю.В. Лінника, Г.В. Мартинова, В.В. Налімова, М.С. Нікуліна, О.І. Орлова, І.М. Парасюка, Е. Пітмена, Ю.В. Прохорова, Е. Пятецького-Шапіро, С.Р. Рао, А. Стюарта, Дж. Тьюкі, Г. Хоттелінга, П. Хьюбера, А. Хьютсона, О.О. Чупрова та багатьох інших дослідників.

Постановка завдання. Метою дослідження є аналіз непараметричного методу оцінки значимості різниці незалежних вибірок сукупностей та застосування його для економічних задач.

Виклад основного матеріалу дослідження. Непараметричний метод являє собою статистичний метод із деякими бажаними властивостями, що зберігаються за відносно слабких допущень даних генеральних сукупностей, з яких отримані дані. Непараметричні методи застосовуються у разі, коли методи нормальної теорії не працюють, оскільки для них не потрібні дійсні значення спостережень, а тільки їх ранги. Ці методи більше інформативні для випадку відсутності нормального розподілу даних. Саме тому інакше ці критерії

ще називають вільними від параметрів чи неправильно (незалежно) розподіленими. Непараметричні методи не вимагають наявності великих вибірок.

У сучасній статистиці у кожного параметричного критерію є як мінімум один непараметричний аналог. Загалом ці критерії можна віднести до однієї з таких груп:

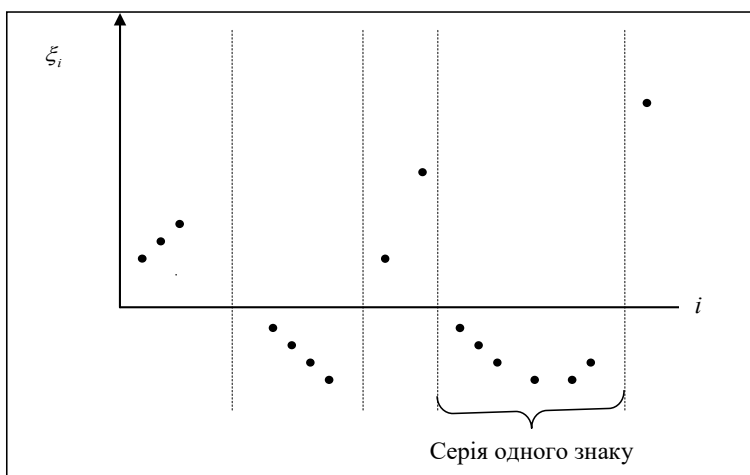
- критерії відмінностей між незалежними вибірками;
- критерії відмінностей між залежними вибірками;
- критерії залежності між змінними [2, с. 81].

Непараметричні методи, перш за все, можуть бути використані для характеристики однієї сукупності спостережень, коли до цієї сукупності не можна застосувати параметричні методи. Непараметричні критерії, крім того, знаходять широке застосування для обчислення статистичної значущості (суттєвості) відмінності двох пов'язаних між собою або незалежних сукупностей спостережень. При цьому одні критерії здатні виявляти відмінності між сукупностями переважно по центральній тенденції (тобто за величиною середніх значень), а інші враховують також і розсіювання окремих значень сукупностей [3].

Отже, оцінку відмінності порівнюваних вибірок сукупностей за допомогою непараметричних критеріїв слід проводити, по-перше, у разі коли не застосовуються параметричні критерії (відхилення від нормального закону розподілу), по-друге, з метою економії часу і праці під час розрахунків. В останньому випадку доцільно спочатку використовувати «експрес-метод», тобто найбільш простий із застосованих у даній ситуації непараметричних критеріїв. Якщо застосований критерій спростовує нульову гіпотезу, то на цьому аналіз закінчується. Якщо ж нульова гіпотеза цим критерієм не спростовується, то слід скористатися для її перевірки більш складним (із більшою статистичною потужністю) непараметричним критерієм даної групи.

Непараметричні критерії актуальні, коли обсяг вибірки малий, а точніше $n < 100$, в іншому разі не має сенсу їх застосовувати, оскільки розподіл, скоріше за все, нормалізується навіть якщо вхідна вибірка ненормально розподілена.

За умови наявності двох незалежних вибірок використовують критерій серій Вальда-Вольфовиця, розроблений у 1940 р. американськими математиками Абрахамом Вальдом і Джекобом Вольфовицем. Це непараметричний критерій, який ще називають тестом серій. Може застосовуватися під час аналізу кількісної, рангової та альтернативної варіацій. У силу своєрідності має обмежене застосування, хоча в деяких випадках може виявитися ефективніше за інші методи. За кількісної або рангової варіації будується загальний ранжируваний ряд. Сукупність сусідніх варіантів однієї вибірки утворює серію (рис. 1).



* ξ_i – незалежна, однаково розподілена випадкова величина

Рис. 1. Утворення серій однієї вибірки

Припустимо, що є дві генеральні сукупності, відповідні безперервним випадковим величинам X і Y . Позначимо їх функції розподілу $F_1(x) = P\{X \leq x\}$ і $F_2(y) = P\{Y \leq y\}$. Необхідно перевірити гіпотезу про те, що X і Y мають один і той же розподіл, тобто гіпотезу H_0 :

$$F_1(x) = F_2(x) \quad (1)$$

для будь-яких x .

Як альтернатива розглядається двостороння альтернатива A :

$$F_1 \neq F_2 \quad (2)$$

або односторонні альтернативи H_1 :

$$F_1(x) < F_2(x) \quad (3)$$

або H_1 :

$$F_1(x) > F_2(x), \quad (4)$$

де нерівність $F_1(x) < F_2(x)$, наприклад, означає, що $F_1(x) \leq F_2(x)$ для будь-яких x , і знайдеться принаймні одне значення x , за якого має місце строга нерівність: $F_1(x) < F_2(x)$.

Перевірка проводиться по двох незалежних вибірках різного розміру із цих сукупностей: вибірці x_1, x_2, \dots, x_{n_1} розміром n_1 з першої генеральної сукупності і вибірці y_1, y_2, \dots, y_{n_2} розміром n_2 – з другої.

Вихідні дані: дві незалежні вибірки розміром n_1 і n_2 .

Перевірка гіпотези H_0 : дві групи даних представляють випадкові незалежні вибірки розмірами n_1 і n_2 однієї генеральної сукупності, тобто не відрізняються одна від одної за досліджуваною ознакою.

Результати дослідження записують у вигляді варіаційного ряду об'єднаної вибірки, а приналежність даних тій чи іншій групі m визначається за допомогою кодування змінної, яка може приймати два значення (0 і 1, + і -, 1 і 2 та ін.). Отриману послідовність називають послідовністю кодів. Серією в послідовності кодів називається будь-яка послідовність, що складається з однакових кодів і обмежена протилежними кодами або знаходиться

на початку чи в кінці вихідної сукупності. Статистикою критерію є число серій N у послідовності кодів.

Якщо гіпотеза H_0 вірна, то обидві вибірки повинні бути добре перемішані в загальному варіаційному ряді і число серій N має бути досить великим; якщо ж вибірки отримані з генеральної сукупності з різними розподілами, що різняться середніми значеннями або відхиленнями, то число серій N буде малим. Критична область визначається нерівностями:

$$N_1 \geq N_2, N_2 \geq N_1, \quad (5)$$

де N_1 і N_2 визначаються за розміром вибірок n_1 і n_2 та рівнем значущості α .

За великих розмірів вибірок ($n_1 > 20$ та $n_2 > 20$) для перевірки гіпотези H_0 можна використати статистику Z :

$$Z = \frac{\left| N - \left(\frac{2n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1 \right) \right| - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}}}. \quad (6)$$

Якщо гіпотеза H_0 вірна, то Z має (наближено) стандартний розподіл $N(0,1)$. Гіпотеза H_0 приймається за рівня значущості α , якщо вибіркоче значення статистики Z , z_u задовольняє нерівність:

$$|z_u| \leq u_{1-\frac{\alpha}{2}}, \quad (7)$$

де $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль нормального розподілу $N(0,1)$ порядку $1 - \frac{\alpha}{2}$.

Якщо $|z_u| > u_{1-\frac{\alpha}{2}}$, то гіпотеза H_0 відхиляється [4, с. 59].

Застосування критерію Вальда-Вольфовиця в економічних дослідженнях дає змогу порівняти закономірності функціонування двох сукупностей, які описують економічні процеси. Як приклад розглянемо закономірності функціонування переробної та добувної галузей промисловості. Перевіримо закон розподілу показників та гіпотезу про розбіжність в індексі промислової продукції для галузей є випадковою. Індекси промислової продукції за видами діяльності та основними промисловими групами за період із січня 2017 по вересень 2020 р. по місяцях подано в табл. 1.

Для перевірки гіпотези використаємо пакет STATISTICA. Задаємо рівень значущості $\alpha = 0,05$. Вихідну інформацію перетворюємо у два стовпці, де в першому подається незалежна змінна (X – стовпчик зі значенням витрат сировини), у другому – змінна групування (Туре – приймає значення 1 для добувної галузі, 2 – для переробної).

Критерій Вальда-Вольфовиця перевіряє гіпотезу про те, що дві незалежні вибірки описують два різні процеси і суттєво відрізняються не лише

Таблиця 1

Індекси промислової продукції за видами діяльності (січень 2017 р. – вересень 2020 р.)

Період		Добувна промисловість	Переробна промисловість	Період		Добувна промисловість	Переробна промисловість	
2017	01	102,1	110,5	2018	12	103,4	102,9	
	02	95,6	104,7		2019	01	100,1	98,4
	03	95,2	105,1			02	101,9	98,1
	04	93,9	103,7			03	102,6	100,8
	05	94,7	104,5			04	103,0	102,0
	06	95,9	105,4			05	102,9	102,4
	07	95,8	105,3			06	102,9	101,8
	08	95,9	105,6			07	102,1	102,1
	09	96,6	105,2			08	101,6	102,1
	10	96,4	105,4			09	101,0	102,1
	11	96,5	105,3			10	100,2	101,7
	12	96,5	105,2			11	99,4	101,2
2018	01	100,5	109,9	2020		12	98,4	100,9
	02	101,8	109,2		01	103,8	84,4	
	03	102,5	105,7		02	93,1	105,2	
	04	103,5	105,5		03	108,5	103,9	
	05	102,8	105,2		04	91,1	85,4	
	06	102,4	104,8		05	103,5	107,2	
	07	102,9	104,5		06	102,5	105,6	
	08	103,1	104,0		07	103,9	104,0	
	09	102,9	103,8		08	101,7	94,0	
	10	103,3	103,7		09	92,5	111,4	
	11	103,3	103,4					

Джерело: сформовано авторами на основі [5]

Wald-Wolfowitz Runs Test (Spreadsheet1_(Recovered))										
By variable type										
Marked tests are significant at p <.05000										
Variable	Valid N Group 1	Valid N Group 2	Mean Group 1	Mean Group 2	Z	p-level	Z adjstd	p-level	No. of Runs	No. of ties
X	45	45	100.0933	103.182	-7.2590	0.00000	7.15538	0.00000	13	2

Рис. 2. Розрахунок критерію Вальда-Вольфовиця

в значеннях середніх, а й за формою розподілу. Нульова гіпотеза полягає в тому, що дві вибірки описують один і той самий процес. Результат перевірки гіпотези представлено на рис. 2.

За розрахунками можна зробити висновок, що дві вибірки описують один і той самий процес.

Висновки з проведеного дослідження. Використання непараметричних методів, у тому числі критерію серій Вальда-Вольфовиця, необхідне під час обробки та аналізу даних невеликих вибірок чи навіть вибірок низької якості, зокрема про розподіл яких мало що відомо. Перевагою непараметричних методів є те, що вони не вимагають допущення про нормальний розподіл генеральних сукупностей. Вони прості у застосуванні та зрозумілі. Окрім того, вони можуть бути застосовані не лише до сукупностей, що мають строго кількісне вираження, а й до сукупностей напівкількісного, рангового характеру. Відносна простота, відсут-

ність необхідності проводити складні розрахунки в поєднанні з достатньою потужністю (чутливістю) непараметричних критеріїв дає їм значну перевагу порівняно з параметричними критеріями.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Вітвіцький В.В. Формування і класифікація системи показників продуктивності в аграрних підприємствах. *Вісник аграрної науки*. 2016. № 9. С. 67–71.
2. Голованова І.А., Белікова І.В., Ляхова Н.О. Основи медичної статистики. Полтава, 2017. 113 с.
3. Непараметричні і параметричні критерії. URL: <https://www.dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/2901796> (дата звернення: 10.10.2020).
4. Бахрушин В.Є. Методи аналізу даних. Запоріжжя: КПУ, 2011. 268 с.
5. Індекс промислового виробництва. URL: <https://index.minfin.com.ua/ua/economy/index/industrial/> (дата звернення: 20.10.2020).

REFERENCES:

1. Vitvitskyi V.V. (2016) Formuvannia i klasyfikatsiia systemy pokaznykiv produktyvnosti v ahrarnykh pidpriemstvakh [Formation and classification of the system of productivity indicators in agricultural enterprises]. *Bulletin of Agricultural Science*, no. 9, pp. 67–71.
2. Holovanova I.A., Bielikova I.V., Liakhova N.O. (2017) *Osnovy medychnoi statystyky* [Fundamentals of medical statistics]. Poltava. (in Ukrainian)
3. Neparometrychni i parametrychni kryterii [Non-parametric and parametric criteria]. Available at: <https://www.dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/290179> (accessed 10 October 2020).
4. Bakhrushyn V.Ye. (2011) *Metody analizu danykh* [Methods of data analysis]. Zaporozhye: CPU. (in Ukrainian)
5. Indeks promyslovoho vyrobnytstva [Industrial production index]. Available at: <https://index.minfin.com.ua/ua/economy/index/industrial/> (accessed 20 October 2020).