

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРАТЕГІЇ ЦІНОУТВОРЕННЯ НА РИНКУ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗА НАЯВНОСТІ МЕРЕЖЕВОГО ЕФЕКТУ ТА КОМП'ЮТЕРНОГО ПІРАТСТВА

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING OF THE PRICING MARKETING STRATEGY ON THE SOFTWARE MARKET WITH THE NETWORK EFFECT AND COMPUTER PIRACY

УДК 338.242.2

<https://doi.org/10.32843/infrastuct38-67>

Черноусова Ж.Т.

к.ф.-м.н., доцент кафедри математичного моделювання економічних систем Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Бабенко І.Ю.

студентка Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Розвиток більшості компаній відбувається в умовах невизначеності, і здебільшого важко прогнозувати реакцію зовнішнього і внутрішнього середовища. Такий стан справ змушує компанію – виробника програмних продуктів (ПП) до побудови апарату прийняття гнучких управлінських рішень. У роботі розглядається конкуренція комерційного та вільного програмного забезпечення (ПЗ). Даний процес на ринку ПП аналізується за допомогою математичної моделі оптимального управління, де виробник комерційного ПЗ має на меті максимізацію прибутку. Також вивчаються умови, коли різні типи ПЗ співіснують на ринку та коли один із продуктів витісняється іншим. Розроблено комплекс економіко-математичних моделей і методів, що в динаміці описують функціонування ринку ПЗ, які дають змогу аналізувати можливі цінові стратегії компанії – виробника ПЗ і вибрати серед них оптимальну з погляду цільових критеріїв.

Ключові слова: комерційне програмне забезпечення, вільне програмне забезпечення, програмний продукт, мережевий ефект, комп'ютерне піратство.

Развитие большинства компаний происходит в условиях неопределенности,

и в большинстве случаев трудно прогнозировать реакцию внешней и внутренней среды. Такое положение дел заставляет компанию – производителя программных продуктов (ПП) к необходимости построения аппарата принятия гибких управленческих решений. В работе рассматривается конкуренция коммерческого и свободного программного обеспечения (ПО). Данный процесс на рынке ПП анализируется с помощью математической модели оптимального управления, где производитель коммерческого ПО имеет целью максимизацию прибыли. Также изучаются условия, когда один из продуктов вытесняется другим. Разработан комплекс экономико-математических моделей и методов, в динамике описывающий функционирование рынка ПО и позволяющий проводить анализ возможных ценовых стратегий компании – производителя ПО и выбирать среди них оптимальную с точки зрения целевых критериев.

Ключевые слова: коммерческое программное обеспечение, свободное программное обеспечение, программный продукт, сетевой эффект, компьютерное пиратство.

Most companies develop under uncertainty and in most cases it is difficult to predict the external and internal environment. This situation forces the software company to build a device for making flexible management decisions to choose a product strategy, which will provide an opportunity to quickly and adequately respond to the preferences of potential consumers and market demands. The current models and methods allow us to identify mechanisms for the functioning of software markets and to conduct a qualitative analysis of the factors that determine its development. But their use as tools for quantitative analysis of the product market is very limited. In this situation, the development of methods and models for product strategy formation in the context of external network effects and computer piracy is an urgent and important task. This paper examines the competition between commercial and free software. This process in the software market is analyzed using a mathematical model of optimal management, where commercial software is viewed as a competitor aiming to maximize profits, while free software is considered as a non-commercial open source software project. It also examines the conditions when different types of software coexist in the market and when one product is displaced by the other and vice versa. In particular, the state of equilibrium between the two products and possible conditions of its existence were examined. Systematization of existing approaches and models for analysis of the software market is carried out. Based on the analysis, the key determinants of the functioning of the software market, which were used in the development of mathematical methods and models of market analysis, were identified. The complex of economic and mathematical models and methods, which describe in dynamics the functioning of the software market, allow to analyze the possible pricing strategies of the software company and to choose among them the optimal from the point of view of the target criteria. It also examines the concepts and nature of processes related to network effects and computer piracy, and provides an analytical overview of information available in the scientific and specialized literature about these processes.

Key words: commercial software, free software, software, network effect, computer piracy.

Постановка проблеми. Розвиток інформаційних технологій призвів до того, що вже зараз ринок програмного забезпечення (ПЗ) вийшов на одне з перших місць за масштабністю, прибутковістю і швидкістю росту. У зв'язку із цим усе більш актуальними стають необхідність систематичного вивчення цього ринку і виявлення основних параметрів (детермінант), що визначають його функціонування, з метою розроблення методів і моделей аналізу продуктової стратегії компаній – виробників ПЗ, що працюють на даному ринку. Широке поширення Інтернету призвело до зростання несанкціонованого правовласником використання

цифрових товарів (піратства). Ця тенденція викликає серйозні побоювання як у компаній – виробників цифрових товарів, так і у юридичної спільноти з огляду на значні втрати у вигляді недоотриманого прибутку. За даними аналітичної компанії Business Software Alliance, 43% користувачів персональних комп'ютерів у світі визнають використання ними піратського програмного забезпечення. Варто відзначити, що в Україні 62% усіх установлених версій програмних продуктів (ПП) є піратськими. У багатьох країнах ефективність використання правових методів, доступних органам державної влади, мала через зневажливе ставлення користувачів

до законодавства в галузі авторського права або недостатнього рівня знання про нього. Це вимагає активного залучення до вирішення проблеми піратства самих компаній-виробників, які в рамках формування продуктової стратегії мають можливість використовувати механізми, здатні знизити рівень поширеності нелегальних версій ПП.

Сучасний ринок програмного забезпечення пропонує користувачам вибір із трьох варіантів:

а) придбати ліцензії та використовувати комерційне програмне забезпечення (наприклад, Microsoft Windows як операційну систему, Microsoft Office як офісний пакет, Microsoft SQL Server як сервер СУБД, Microsoft Internet Information Server як вебсервера, Kismia як мобільний додаток і т. д.);

б) безкоштовно використовувати некомерційне програмне забезпечення (наприклад, Linux як операційну систему, OpenOffice як офісний пакет, MySQL як сервер СУБД, Apache як вебсервер, Tinder як мобільний додаток і т. д.);

в) використовувати піратські копії комерційного програмного забезпечення.

Дані варіанти відповідають трьом типам гравців ринку програмного забезпечення:

а) гравці, що максимізують прибуток від виробництва програмного забезпечення і продажу ліцензій;

б) гравці, не орієнтовані на одержання прибутку від виробництва програмного забезпечення;

в) пірати.

Оскільки змінні витрати дорівнюють нулю, ціна продукту на ринку програмного забезпечення (або, з точки зору споживача, вартість користування продуктом) являє собою суму трьох складників:

а) компенсації постійних витрат;

б) доданої (під час продажу) вартості;

в) вартості обслуговування.

При цьому постійні витрати як комерційного, так і некомерційного програмного забезпечення близькі один до одного, проте покупець комерційного продукту компенсує ці витрати виробника, у разі некомерційних продуктів такої компенсації не відбувається.

Вартість обслуговування комерційного та некомерційного програмного забезпечення для споживача приблизно однакова.

Прибуток виробника комерційного програмного забезпечення строго позитивний (і виробник прагне її максимізувати) на відміну від виробника некомерційного продукту, у якого прибуток від продажу дорівнює нулю (некомерційні виробники, однак, також заробляють, але не на продажах).

Може здатися, що вибір споживача дуже простий: використовувати некомерційний продукт у зв'язку з відносно більш низькою ціною володіння ним.

Насправді ситуація складніша. Справа в тому, що на початку конкуренції між комерційним і некомерційним програмним забезпеченням (на початку

90-х років ХХ ст.) близько 100% ринку було зайнято комерційними виробниками, що на меті мали максимізацію прибутку. Некомерційним виробникам було вкрай складно забезпечити поширення своїх продуктів у зв'язку з великою популярністю й авторитетом комерційних продуктів.

Та протягом останніх 10–15 років некомерційні продукти в багатьох аспектах обігнали своїх комерційних конкурентів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питаннями, які розглядаються в даному дослідженні, різною мірою раніше займалися українські та зарубіжні вчені. Що стосується моделювання конкуренції на ринку програмного забезпечення, то абсолютна більшість робіт, проведених у цьому напрямі, присвячена дослідженню процесів тінювого поширення нелегальних копій ліцензійних комерційних програмних продуктів. Тут передусім варто відзначити роботи М. Гівона, П. Деванбю, А.Н. Козирєва, В. Махаджана, Е. Мюллера, С.А. Середи і С. Стаблбайна [2].

Практичні результати робіт В.Л. Макарова, В.А. Васильєва, В.І. Данилова, Г.А. Кошового і А.І. Сотскова із загальної теорії економічної рівноваги виправдовують цінову дискримінацію на ринках інтелектуальної власності й обґрунтовують існування ефективної рівноваги на таких ринках.

Традиційно вивчення індустріальних ринків і продуктових стратегій компаній на цих ринках ведеться засобами мікроекономічного аналізу. Також були опрацьовані результати Х.Р. Веріан, М.Л. Катца, Дж. Фаррелла, К. Шапіро та Н. Економайєса з проблематики ринків мережевих товарів і послуг. В основу дослідження лягли роботи М. Гівона, К.Р. Коннера, Р.П. Рамелта, В.І. Соловйова, Л.Н. Такеями, О. Шая. Запропоновані в академічних працях зазначених авторів моделі порівняльної статистики дають змогу виявити механізми функціонування ринків програмних продуктів (ПП) і провести якісний аналіз чинників, що визначають його розвиток.

Також у рамках дослідження були опрацьовані роботи В.Л. Макарова, Г.Б. Клейнера, Б.З. Мільнера у сфері оцінки нематеріальних активів; А.Н. Козирєва, С.А. Середи, присвячені вивченню особливостей функціонування ринків нематеріальних товарів за наявності піратства; Е.В. Стельмашонок, І.В. Ільїна у сфері інформаційної безпеки [5].

Дослідженню мережевих ефектів присвячено роботи Т. Вейла, Х. Лейбенштайна, М. Катца, К. Шапіро, С. Марголіса, С. Лейбовітца, П. Сванна, С. Беррі, Дж. Фаррелла. В Україні дослідженням мережевих ефектів присвячено праці відомого українського економіста А.А. Грищенка.

Конкуренція комерційного та некомерційного програмного забезпечення дотепер переважно розглядалася з позиції споживача, а не вироб-

ника (серед таких досліджень споживчого вибору потрібно відзначити роботи Д. Лі і Х. Мендельсона).

Дослідження конкуренції комерційного та некомерційного програмного забезпечення значною мірою базується на роботі Р. Касадедус-Масанелла і П. Гемавата.

Постановка завдання. Метою дослідження є розроблення моделі, методів і алгоритмів аналізу ринку програмного забезпечення та формування цінової стратегії за наявності зовнішнього мережевого ефекту і комп'ютерного піратства.

Виклад основного матеріалу дослідження. Сьогодні у світі налічується близько 8 тис сервісів для онлайн-знайомств, і з кожним роком їх кількість збільшується на тисячу. За даними аналітика японського холдингу Nomura Instinet Марка Келлі, до 2020 р. обсяг світового ринку онлайн-знайомств виросте до \$12 млрд.

Сьогодні в умовах перенасичення ринку великими гравцями на піку популярності знаходяться нішеві сайти і додатки для знайомств. Для того щоб виробники програмного забезпечення такого типу змогли функціонувати в умовах конкуренції, їм необхідно визначити цінову політику, яка буде забезпечувати компанії стабільний прибуток.

За статистичними даними, лідерами у сфері онлайн-знайомств для аудиторії віком 18–25 років є два гравці: Kismia та Tinder. Перший із них – комерційний продукт української фірми Genesis, яка займається розробленням додатків, що мають популярність у всьому світі. Інший продукт є розробкою Hatch Labs, що знаходиться в Америці і розповсюджується у вільному доступі.

Компанії мають різні підходи до монетизації додатків: Genesis продає ліцензію на користування додатком, тоді як Hatch Labs монетизує свій продукт за допомогою реклами, яку розміщують у своєму додатку. Тому перед компанією Genesis постає проблема: яку ціну потрібно встановити для додатку, щоб користувач не віддав перевагу безкоштовному продукту, а купив ліцензію на комерційну версію програмного забезпечення.

Почнемо з установаження моделі попиту. Ринок передбачається таким, що лінійно зростає з темпом a : за одиницю часу на ринок приходять a нових користувачів, тобто сумарне число користувачів на ринку на момент часу t :

$$N(t) = N_0 + at.$$

Будемо вважати, що кожен новий користувач вибирає один і тільки один продукт: або набуває копію комерційного ПЗ, або безкоштовно скачує копію некомерційного ПЗ. Через $y_K(t)$, $y_T(t)$ позначимо сумарне число користувачів додатків Kismia та Tinder відповідно, що виходять на ринок кожного моменту часу t [5].

Параметр $\delta \in [0, \infty]$ – це «швидкість занепаду» або «смертність» минулих продажів, що характеризує частку користувачів, які купили/завантажили

програмне забезпечення, але через деякий час перестали ним користуватися і більше не входять до мережі. Якщо $q(\tau)$ – це частка людей, які купують комерційне ПЗ у момент часу τ , то ніша, яку займають ці користувачі, буде:

$$y_K(t) = \int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} a q(\tau) d\tau.$$

Відповідно, продиференціюючи рівняння, отримуємо:

$$\frac{dy_K}{dt} = a q(t) - \delta y_K(t).$$

Зауважимо, що незалежно від значення δ , $y(t) \geq 0$, оскільки $q(t) \geq 0$ для всіх t .

Припустимо, що кожна особа використовує один і лише один програмний продукт: вона або купує підписку на Kismia, або завантажує Tinder безкоштовно [7]. Таким чином, якщо $1 - q(\tau)$ – це частина осіб, що перебувають у когорті (групі користувачів, які почали користуватися додатком протягом певного проміжку часу) на момент часу t і завантажують та використовують Tinder, то

$$y_T(t) = \int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} a (1 - q(\tau)) d\tau.$$

Відповідно отримуємо:

$$\frac{dy_T}{dt} = a(1 - q(t)) - \delta y_T(t).$$

Ціна некомерційного продукту передбачається нульовою (або рівною граничним витратам), а комерційний виробник приймає рішення про встановлення ціни ліцензії на використання продукту в розмірі p грошових одиниць.

Нехай $y(t) \equiv y_K(t) - s y_T(t)$, де s – скаляр, більший за 1. Дана тотожність зазначає півень переваги у кількості користувачів Kismia. Якщо $y(t) > 0$, сукупне значення людей, що купили ліцензію Kismia, більше, ніж тих, хто надав перевагу Tinder.

Розглянемо сутність параметра s . Формально s – абсолютна величина похідної y відносно y_T :

$$s = - \frac{\partial y}{\partial y_T}.$$

Ця величина утворюється внаслідок впливу demand-side learning (навчання з боку попиту) – поняття, що характеризує перевагу програмного забезпечення з відкритим кодом у контексті того, що користувачі можуть безпосередньо змінювати код (коли вони стикаються з проблемами або мають нові ідеї, як його вдосконалити), тому і цикл розроблення значно коротший.

Параметр s уводиться у модель для того, щоб стимулювати технологічну роботу Genesis задля захоплення більшої частки ринку, зважаючи на привілеї у процесі розроблення вільного програмного забезпечення [5].

Оскільки $s > 1$, збільшення y_T має більш позитивний вплив на сприйнятну кількість Tinder, аніж негативний, у разі збільшення y_K . Параметр s має дві взаємодоповнювальні інтерпретації: різницю в

навчанні на основі попиту між вільним програмним забезпеченням (ВПЗ) і комерційним (КПЗ) та різницю міцності зовнішніх мереж завдяки наявності додаткового програмного забезпечення. Таким чином, для заданого рівня мережевих зовнішніх ефектів, зумовлених доповненнями, збільшення s відповідає зміцненню навчання з боку попиту для ВПЗ.

Нехай $u_k(y(t))$ та $u_T(y(t))$ позначає цінність для когорти, що входить у момент t для додатків Kismia та Tinder відповідно. Параметр $u(y(t))$ є технологічною траєкторією. Траєкторія ПЗ – це функція його кумулятивної частки ринку $y_k(t)$ і сукупної ринкової частки конкуруючого ПЗ – $y_T(t)$. Коли $\delta = 0$, ефект минулих покупок на поточну цінність КПЗ $u_k(y(t))$ та ВПЗ $u_T(y(t))$ ніколи не згасає. Зрозуміло, що якщо $\delta = 0$ і $q(t) > 0$ для всіх t , то $y_k(t) \rightarrow \infty$. З іншого боку, коли $\delta \rightarrow \infty$ вплив минулих покупок на поточні значення Kismia та Tinder негайно згасає. У цьому разі $y_k(t) = q(t) \leq 1$ для всіх t , а частки ринку ніколи не накопичуються [4]. Зробимо такі припущення:

1. Припустимо, що функція попиту лінійна: цінність КПЗ для частки користувачів $q \in [0,1]$ дорівнює $u_k(y(t))(1-q)$. Аналогічно, цінність ВПЗ: $u_T(y(t))(1-q)$. Графічно це виглядає так, як на рис. 1. Корисності $u_k(y(t))$ та $u_T(y(t)) \geq 0$, тобто корисність ПЗ завжди є позитивною або нульовою.

Таким чином, технологічні траєкторії вважаються обмеженими знизу. Це гарантує чітко визначені функції попиту.

Далі припустимо, що $\lim_{y \rightarrow \infty} u_k(y) = \lim_{y \rightarrow \infty} u_T(y) = 0$, тобто корисність ПЗ наближається до нуля, якщо практично всі використовують інше ПЗ.



Рис. 1. Функція цінності для додатків

2. $\frac{\partial u_k(y)}{\partial y_k} > 0$, $\frac{\partial u_T(y)}{\partial y_T} > 0$, тобто значення корисності ПЗ збільшується із сукупною часткою ринку ПЗ.

Це пояснюється мережевим ефектом: чим більше людей використовує чи використовує вало дане ПЗ, тим більш цінним є цей продукт для користувача. У нашому разі користувач буде цінувати найбільше той додаток для знайомств, в якому зареєстровано більше осіб.

Припущення також означає, що $\frac{\partial u_k(y)}{\partial y_T} < 0$ та $\frac{\partial u_T(y)}{\partial y_k} < 0$, тобто корисність ПЗ зменшується у міру збільшення сукупної частки ринку конкуруючого ПЗ. Знову ж таки це пов'язано з увагою та зусиллями, які сторонні розробники приділяють створенню нового та вдосконаленню старого програмного та апаратного забезпечення.

3. Нехай y^0 – значення y , для якого і Tinder і Kismia сприймаються як однаково цінні.

Тобто $u_k(y^0) = u_T(y^0)$. Припущення 2 і 3 означають, що y^0 існує й є єдиним. Припустимо, $\frac{d^2 u_k(y)}{dy_k^2} \leq 0$ і $\frac{d^2 u_T(y)}{dy_T^2} \geq 0$ для $y > y^0$. Це припущення говорить про те, що збільшення y_k при $u_k(y) > u_T(y)$ зменшує граничний вплив на цінність Kismia, а збільшення y_T має зростаючий граничний ефект на цінність Tinder.

Коли Tinder і Kismia доступні і останній додаток продається за ціною p клієнту, який не вбачає різниці між двома продуктами, то:

$$u_k(y)(1-q) - p = u_T(y)(1-q).$$

Таким чином, ціна додатку Kismia задається формулою:



Рис. 2. Функція рівноважної ціни

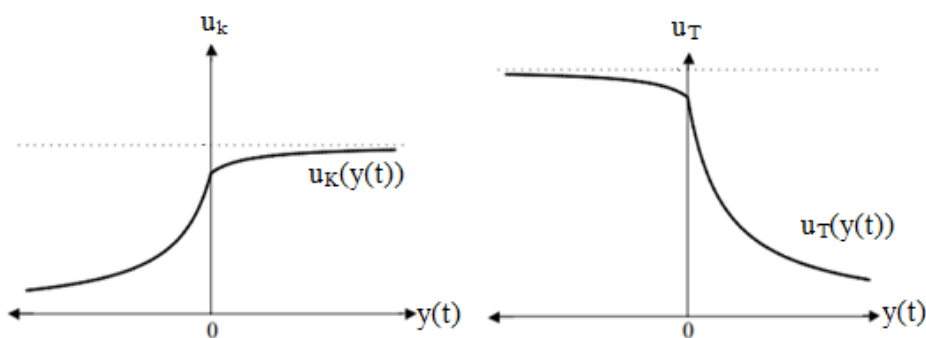


Рис. 3. Графік зміни цінності кожного з додатків

$$p = \beta(y)(1 - q),$$

де $\beta(y) \equiv u_k(y) - u_T(y)$ вказує на різницю цінності між ВПЗ та КПЗ [7].

Тобто різниця у цінності додатків є змінною їх кумулятивних часток ринку в часі. Це пояснюється знову ж таки мережевим ефектом: цінність продукту збільшується зі збільшенням кількості його користувачів.

Графічно це виглядає так (див. рис. 2).

Зауважимо, що у цій моделі клієнти кожної нової когорти купують ПЗ, який є найціннішим для них (після віднімання ціни). Це також можна трактувати так, що продукт має малу довговічність (через швидкі інновації) і що вони занадто незначні, щоб впливати на майбутню цінність ПП своїм рішенням про придбання.

Наступні S-подібні технологічні траєкторії пояснюють припущення щодо утворення цінності продуктів. Нехай $\lambda \in (0, 1)$. Тоді:

$$u_k(y) = \begin{cases} \bar{u}_k - \frac{\lambda}{\ln(1+y)}, & \text{якщо } y_k \geq sy_T \\ \bar{u}_k - \lambda, & \text{в іншому випадку,} \end{cases}$$

$$u_T(y) = \begin{cases} \frac{\bar{u}_T - \lambda}{\ln(1+y)}, & \text{якщо } y_k \geq sy_T \\ \bar{u}_T - \frac{\lambda}{\ln(1-y)}, & \text{в іншому випадку,} \end{cases}$$

де \bar{u}_k, \bar{u}_T – два скаляри більше одиниці, що характеризують усереднене значення цінності додатку з погляду виробника. У цьому прикладі Kismia – цінніший додаток, аніж Tinder, коли

$$y_k > \frac{\bar{u}_T - \bar{u}_k}{\bar{u}_k} + sy_T.$$

У такому разі функції корисності будуть виглядати так (див. рис. 3).

Припустимо, що під час $t = 0$ Kismia сприймається як більш цінна, ніж Tinder. Тобто $\beta(y(0)) > 0$. Зауважимо, що коли виробник КПЗ встановлює $p = 0$ та $\beta(y) > 0$, попит на нього становить 1 (розмір когорти, що вводиться). Таким чином, поки $\beta(y(0)) > 0$, виробник КПЗ може захопити всю

нову когорту, встановивши $p = 0$. Однак у цьому разі прибуток також дорівнює 0. Клієнт, який найбільше цінує КПЗ, готовий платити не більше $\beta(y)$ для зростаючої функції частки ринку y_k . На відміну від цього, якщо ринкові частки такі, що $\beta(y) \leq 0$, то ніхто не готовий платити за Kismia [5].

Слід відзначити те, що кожного періоду частина когорти p використовує піратські копії Kismia.

Г. Беккер у своїй роботі пише про те, що завжди будуть знаходитися ті користувачі, які захочуть скористатися піратською копією ПЗ. Для побудови моделі з поясненням цієї злочинності як інструмент для «здійснення крадіжки» Беккер використовує функцію дисекономії та функцію зовнішнього добробуту. Посилаючись на цю модель, стає зрозуміло, що такий учинок пояснюється не іншою мотивацією людини, що купує ліцензію легально, а через власну оцінку втрат і цінності, що суттєво відрізняється від оцінки легальних користувачів.

Припустимо, що частка піратів невелика (позитивна, але достатньо близька до нуля). Оскільки p – це користувачі піратської версії КПЗ, то попит на нього (за ціною p) буде становити:

$$j = q - pq = q(1 - p), j = \left(1 - \frac{p}{\beta(y)}\right)(1 - p).$$

Щодо кумулятивних часток ринку для Kismia і Tinder, маємо:

$$\frac{dy_k}{dt} = a \frac{j(t)}{(1 - p)} - \delta y_k(t),$$

$$\frac{dy_T}{dt} = a \left(1 - \frac{j(t)}{(1 - p)}\right) - \delta y_T(t) \text{ відповідно.}$$

При цьому:

$$\frac{dy}{dt} = a \left(\frac{j(t)}{1 - p} - s \left(1 - \frac{j(t)}{1 - p}\right) \right) - \delta y(t).$$

Нехай r – ставка дисконтування Genesis, w – змінні витрати на виробництво ПЗ, k – мінімальний відсоток повернення вкладених коштів, на яке розраховує компанія-виробник, а гранична вартість додаткової копії КПЗ дорівнює нулю [5].

За таких умов проблема Genesis:

$$F = \int_0^t e^{-rt} aj(t)(p(t) - w) dt \rightarrow \max.$$

За обмежень:

$$\frac{dy}{dt} = a \left(\frac{j(t)}{1-\rho} - s \left(1 - \frac{j(t)}{1-\rho} \right) \right) - \delta y(t),$$

$$j(t) = \left(1 - \frac{\rho(t)}{\beta(y(t))} \right) (1-\rho),$$

$$\beta(y(t)) > 0,$$

$$\beta(y(t)) = u_k(y(t)) - u_r(y(t)),$$

$$\rho(t) \geq (1+k)w,$$

$$u_k(y(t)) = \begin{cases} \bar{u}_k - \frac{\lambda}{\ln(1+y(t))}, & \text{якщо } u_k \geq sy_r \\ \bar{u}_k - \lambda \\ \ln(1-y(t)) \end{cases}, \text{в іншому випадку}$$

$$u_r(y(t)) = \begin{cases} \frac{\bar{u}_r - \lambda}{\ln(1+y(t))}, & \text{якщо } u_k \geq sy_r \\ \bar{u}_r - \frac{\lambda}{\ln(1-y(t))}, & \text{в іншому випадку} \end{cases}$$

Приведемо отриману модель до моделі з дискретним часом:

$$F = \sum_{t=1}^{t=12} \frac{aj_t(p_t - w)}{(1+r)^t} \rightarrow \max,$$

$$p_t \geq (1+k)w,$$

$$y_t = y_{t-1} + a \left(\frac{j_t}{1-\rho} - s \left(1 - \frac{j_t}{1-\rho} \right) \right) - \delta y_{t-1},$$

$$j_t = \left(1 - \frac{\rho_t}{\beta(y_t)} \right) (1-\rho),$$

$$\beta(y_t) > 0,$$

$$\beta(y_t) = u_k(y_t) - u_r(y_t),$$

$$u_k(y_t) = \begin{cases} \bar{u}_k - \frac{\lambda}{\ln(1+y_{t-1})}, & \text{якщо } u_k \geq sy_r \\ \bar{u}_k - \lambda \\ \ln(1-y_{t-1}) \end{cases}, \text{в іншому випадку}$$

$$u_r(y) = \begin{cases} \frac{\bar{u}_r - \lambda}{\ln(1+y_{t-1})}, & \text{якщо } u_k \geq sy_r \\ \bar{u}_r - \frac{\lambda}{\ln(1-y_{t-1})}, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Перш ніж приступити до розв'язку задачі, потрібно визначити вхідні параметри моделі. Компанії – виробники програмного забезпечення вирізняються швидкими темпами зміни підходів до стратегії прийняття рішень. Це пояснюється постійними змінами інновацій та ринку, на якому вони працюють. Компанія Genesis не є винятком.

Ефективним періодом прийняття таких управлінських рішень вони вважають один рік, протя-

гом якого імплементують вибрану модель, тому параметр t приймаємо за 12 місяців. За даними цієї компанії, експертним методом було вирішено присвоїти корисності додатку Kismia ліміт корисності 20 , а його конкуренту Tinder – 10 . Тобто $u_k = 20, u_r = 10$. На момент звернення до даних кількості завантажень двох додатків було отримано: $y_k = 23456, y_r = 22123$, звідси $y(0) = 1300$. За даними App Store, кожного моменту часу (кожного місяця) на ринок виходять у середньому 500 нових користувачів: скачують додаток Kismia або Tinder. Тобто $a=500$. Величина s , що характеризує поняття demand-side learning, становить $1,2$. Тобто цикл виробництва вільного ПЗ займає в $1,2$ менше часу, ніж його конкурент – комерційне ПЗ. За даними компанії Genesis, у середньому 1% користувачів використовує піратську версію додатку Kismia ($\rho = 0.01$), а витрати на технічну підтримку однієї версії додатку не перевищують $\$1$.

Візьмемо до уваги максимальне значення $w = 1$ для визначення гарантованого виграшу. Зокрема, кожного моменту часу 1% користувачів, які вже придбали додаток, до моменту часу t покидають нішу (перестають використовувати додаток і сплачувати за нього) – $\delta = 0.01$. Візьмемо дисконтну місячну ставку за 1% , тобто $r = 0,01$.

Стратегія Genesis полягає у керуванні ціною додатку так, щоб забезпечити собі максимальний дохід. Важливим чинником є й те, щоб охопити більшу частку ринку, ніж її конкурент. Занадто мала ціна призведе до того, що компанія може недоотримати дохід, який би могла мати за оптимальної ціни. Завелика ціна зменшить кількість охочих купити додаток, оскільки ціна може перевищити цінність продукту. Тому знаходження ціни на додаток Kismia є важливим питанням щодо формування стратегії компанії. Нині ціна на додаток Kismia становить $\$10$. Як правило, працівники компанії проводять розрахунки щодо зміни ціни у часі і приймають рішення на основі даних.

Розглянемо деякі стратегії компанії Genesis щодо регулювання ціни:

- встановлення ціни на рівні $\$10$ без змін у часі;
- встановлення ціни на рівні $\$10$ і поступове її збільшення до $\$12$;
- встановлення ціни на рівні $\$10$ і поступове її зменшення до $\$8$.

Отже, розглянемо перший варіант, коли ціна залишається сталою. З розрахунків бачимо, що за незмінної ціни на рівні $\$10$ загальний прибуток за рік становить $\$15\,065$. При цьому частка ринку спадає незначними темпами: на початку року вона становить 43% , а на його кінець – 43% . Схожу тенденцію можна помітити і в зміні різниці кумулятивних часток ринку – з $1\,300$ зменшується до 338 . Це говорить про те, що частка Kismia зменшується, а частка Tinder, навпаки, збільшується. Можна припустити, що з деяким часом, якщо компанія не прийме відповідні міри,

кумулятивна частка ринку Kismia скоротиться до 0.

Розглянемо другий варіант ціноутворення для додатку. З проведених розрахунків помітно, що за збільшення ціни протягом року компанія має прибуток \$15 041, що дещо менше за стратегію зі сталою ціною. При цьому зі збільшенням ціни зменшується частка користувачів, що купують комерційний додаток: 43% скоротилося до 11%. Також можемо відзначити, що у скорочується з більш стрімкими темпами і має від'ємні значення. На 12 місяців різниця кумулятивних часток ринку стала від'ємною, що свідчить про те, що Tinder витіснив його комерційний аналог.

Розглянемо третій варіант стратегії з поступово спадаючою ціною.

З розрахунків можна відзначити, що загальний прибуток становить \$17 026. Частка ринку комерційного додатку збільшується від 43% до 53% протягом 12 місяців. Приріст кумулятивної частки ринку має позитивну динаміку: зі зменшенням ціни збільшується значення приросту і в підсумку набуває значень більших від нуля, що відображається на загальній різниці y_t кумулятивних часток додатків на ринку.

Порівняємо обраховані значення для трьох стратегій:

Таблиця 1

Порівняльні значення для стратегій

Стратегія	F_t	y_t	$j(t)$
1	15 065,3€	338	43%
2	15 041,8 €	-128	11%
3	17 026,0 €	902	53%

З обрахунків бачимо, що вигрешною стратегією є стратегія 3: вона забезпечує найбільший прибуток, незважаючи на те що має не найбільші ціни. Також ця стратегія вирізняється зростанням різниці кумулятивних часток, що в довгостроковій перспективі забезпечує максимальний обсяг ринку.

Висновки з проведеного дослідження. Побудована динамічна модель конкуренції виробників комерційного та некомерційного програмних продуктів дала змогу проаналізувати механізм конкуренції на прикладі ринку мобільних додатків. Виявилось, що якщо розглядати ринок без піратства і вважати змінні витрати виробника комерційного продукту нульовими, то в таких умовах комерційний і некомерційний продукти співіснують на ринку тільки в тому разі, коли збільшення числа користувачів некомерційного продукту більше підсилює його бренд, аніж послаблює бренд його комерційного конкурента; якщо ж це не так, то комерційний

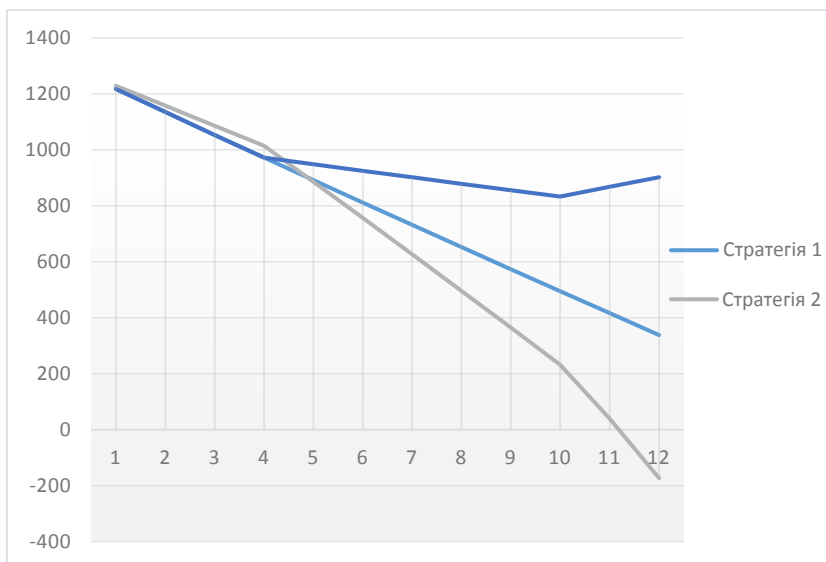


Рис. 4. Графік різниці кумулятивних часток додатків

продукт повністю витісняє некомерційний продукт із ринку. При цьому за відсутності тіншового ринку нелегальних копій програмного забезпечення і в умовах нульових змінних витрат комерційного виробника останній ні за яких умов не може бути витіснений із ринку некомерційним конкурентом.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Салтан А.А. Моделювання ринкового програмного забезпечення. *Прикладна інформація*. 2016. № 2. С. 9–17.
2. Серєда С.А. Аналіз ризиків і мінімізація втрат від нелегального розповсюдження програмних продуктів. Москва, 2015.
3. Соловйов В.І. Стратегія та тактика конкуренції на ринку програмного забезпечення. *Вега-Інфо*. 2010. № 3. С. 14–38.
4. Khouja M., Park S. Optimal pricing of digital experience goods under piracy. *Journal of Management Information Systems*. 2017. № 24. P. 109–141.
5. Casadesus-Masanell D., Ramon G., Pankaj Ghemawat T. Dynamic Mixed Duopoly: A Model Motivated by Linux vs. Windows. *Management Science* 52. 2017. № 7. P. 1072–1084.

REFERENCES:

1. Saltan A. A. (2016) Modeliuvannia rynkovoho prohramnoho zabezpechennia [Market software modeling]. *Applied information*, no. 2, pp. 9–17.
2. Sereda S. A. (2015) Analiz ryzykiv i minimizatsiia vtrat vid nelegalnogo rozpovsiudzhennia prohramnykh produktiv [Risk analysis and minimization of losses from illegal distribution of software products] (PhD Thesis). Moscow: Evrika.
3. Soloviov V. I. (2010) Stratehiia ta taktyka konkurentsii na rynku prohramnoho zabezpechennia [Competition strategy and tactics in the software market]. *Vega-Info*, no. 3, pp. 14–28.

4. Khouja M., S. Park. (2017) Optimal pricing of digital experience goods under piracy. *Journal of Management Information Systems*, no. 24, pp. 109–141.

5. Casadesus-Masanell D., Ramon G., Pankaj Ghemawat T. (2016) Dynamic Mixed Duopoly: A Model Motivated by Linux vs. Windows. *Management Science* 52, no. 7, pp. 1072–1084.

Chernousova Zhanna

Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Senior Lecturer at Department of Mathematical Modeling
of Economic Systems
National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

Babenko Iryna

Student
National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING OF THE PRICING MARKETING STRATEGY ON THE SOFTWARE MARKET WITH THE NETWORK EFFECT AND COMPUTER PIRACY

Most companies develop under uncertainty and in most cases it is difficult to predict the external and internal environment. This situation forces the software company to build a device for making flexible management decisions to choose a product strategy, which will provide an opportunity to quickly and adequately respond to the preferences of potential consumers and market demands. The current models and methods allow us to identify mechanisms for the functioning of software markets and to conduct a qualitative analysis of the factors that determine its development. But their use as tools for quantitative analysis of the product market is very limited. In this situation, the development of methods and models for product strategy formation in the context of external network effects and computer piracy is an urgent and important task.

This paper examines the competition between commercial and free software. Today there are two types of software: commercial and free. Because free software is distributed free (while a commercial user has to pay), the developer of a commercial product faces the problem of setting a price when the company can maximize its profits and compete with its free counterpart. This process in the software market is analyzed using a mathematical model of optimal management, where commercial software is viewed as a competitor aiming to maximize profits, while free software is considered as a non-commercial open source software project. It also examines the conditions when different types of software coexist in the market and when one product is displaced by the other and vice versa. In particular, the state of equilibrium between the two products and possible conditions of its existence were examined.

Systematization of existing approaches and models for analysis of the software market is carried out. Based on the analysis, the key determinants of the functioning of the software market, which were used in the development of mathematical methods and models of market analysis, were identified. The complex of economic and mathematical models and methods, which describe in dynamics the functioning of the software market, allow to analyze the possible pricing strategies of the software company and to choose among them the optimal from the point of view of the target criteria.

It also examines the concepts and nature of processes related to network effects and computer piracy, and provides an analytical overview of information available in the scientific and specialized literature about these processes.

We used the following research methods: comparative analysis and synthesis, and methods of economic and mathematical modeling.

The results of the work indicate the feasibility of reducing the price of a commercial product to an acceptable level in order to increase the market share occupied by the product and, as a consequence, increase profits.